УДК 519.688

# АЛГОРИТМ LDU-РАЗЛОЖЕНИЯ И ПРИМЕР

© Г.И. Малашонок, А.С. Щербинин

*Ключевые слова*: факторизация матрицы; рекурсивный блочный алгоритм; коммутативная область.

Рассматривается детерминистский рекурсивный алгоритм треугольного разложения матриц над коммутативными областями. По числу кольцевых операций алгоритм имеет такую же сложность, как и матричное умножение. На примере приводятся этапы разложения матрицы восьмого порядка.

## 1 Введение

Пусть $R$ — коммутативная область, $A = (a_{i,j}) \in R^{n\times n}$ — матрица порядка $n$, $\alpha_{i,j}^k$ — это минор размера $k \times k$ матрицы $A$, который расположен на пересечении строк $1, 2, \ldots, k-1, i$ и столбцов $1, 2, \ldots, k-1, j$ для всех целых $i, j, k \in \{1, \ldots, n\}$. Обозначим $\alpha^0 = 1$ и $\alpha^k = \alpha_{k,k}^k$ для всех диагональных миноров ( $1 \leqslant k \leqslant n$ ). Используем обозначение $\delta_{ij}$ для дельта-символа Кронекера.

**Теорема (см. [1–2]).**
*Пусть матрица $A = (a_{i,j})$ имеет ранг $r$, $r \leqslant n$ и $\alpha^s \neq 0$ для $s = 1, 2, \ldots, r$ тогда матрица $A$ будет равна произведению следующих трех матриц :*

$$A = (a_{i,j}^j)(\delta_{ij}\alpha^{i-1}\alpha^i)^{-1}(a_{i,j}^i).$$

Матрица $L = (a_{i,j}^j)$ — это нижняя треугольная матрица размера $n \times r$, матрица $U = (a_{i,j}^i)$ — это верхнетреугольная матрица размера $r \times n$, и $D = (\delta_{ij}\alpha^{i-1}\alpha^i)^{-1}$ — диагональная матрица размера $r \times r$.

Для любой матрицы $A$ будем обозначать $A_{j_1,j_2}^{i_1,i_2}$ ее блок, который находится на пересечении строк $i_1+1, \ldots, i_2$ и столбцов $j_1+1, \ldots, j_2$. И будем обозначать $A_{i_2}^{i_1}$ диагональный блок $A_{i_1,i_2}^{i_1,i_2}$.

Тогда в блочной форме $LDU$ разложение может быть записано так [1–4]:

$$\begin{bmatrix} A_k^0 & A_{k,n}^{0,k} \\ A_{0,k}^{k,n} & A_n^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_k^0 & 0 \\ L_{0,k}^{k,n} & L_{k,r}^{k,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_k^0 & 0 \\ 0 & D_r^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_k^0 & U_{k,n}^{0,k} \\ 0 & U_{k,n}^{k,r} \end{bmatrix}.$$

Пусть $\mathcal{A}_n^k = (\alpha_{i,j}^{k+1})$ матрица размера $(n-k) \times (n-k)$ с элементами $\alpha_{i,j}^{k+1}$, $i, j = k+1, \ldots, n-1, n$, и $\mathcal{A}_n^0 = (\alpha_{i,j}^1) = A$.

Тогда матрица $\mathcal{A}_n^k$ также записывается в виде LDU разложения в блочной форме

$$\mathcal{A}_n^k = L_n^k D_n^k U_n^k = \begin{bmatrix} L_s^k & 0 \\ L_{k,s}^{s,n} & L_{s,r}^{s,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_s^k & 0 \\ 0 & D_r^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_s^k & U_{s,n}^{k,s} \\ 0 & U_{s,n}^{s,r} \end{bmatrix}.$$

Мы будем вычислять LDU разложение, используя блочный рекурсивный алгоритм.

# 2 Алгоритм

Входные данные — это матрица $\mathcal{A}_n^k$ и определитель $\alpha^k$ $(0 \leqslant k < n)$, $\alpha^0 = 1$. Результатом вычислений являются три матрицы $L_n^k = (a_{i,j}^j)$, $D_n^k = \alpha^k(\delta_{ij}\alpha^i\alpha^{i-1})^{-1}$, $U_n^k = (a_{i,j}^i)$, которые дают разложение матрицы $\mathcal{A}_n^k$. Кроме того, вычисляются дополнительно еще две матрицы $M_n^k$ и $W_n^k$, которые используются на следующем шаге.

Целые числа $k$ и $s$ должны удовлетворять неравенству $0 \leqslant k < s \leqslant n$. Если применить алгоритм к матрице $A = \mathcal{A}_n^0$ и числу $\alpha^0 = 1$, то в результате будет вычислено разложение матрицы $A$: $A = LDU$.

*Input:* $(\mathcal{A}_n^k, \alpha^k)$, $0 \leqslant k < n$.
*Output:* $\{L_n^k, \{\alpha^{k+1}, \alpha^{k+2}, \ldots, \alpha^n\}, U_n^k, M_n^k, W_n^k\}$,
где $D_n^k = \alpha^k \mathrm{diag}\{\alpha^k\alpha^{k+1}, \ldots, \alpha^{n-1}\alpha^n\}^{-1}$, $M_n^k = (L_n^k D_n^k)^{-1}$, $W_n^k = (D_n^k U_n^k)^{-1}$.

1. Если $k = n-1$, $\mathcal{A}_n^{n-1} = (a^n)$ матрица первого порядка, тогда получим $\{a^n, \{a^n\}, a^n, a^{n-1}, a^{n-1}\}$.

2. Если $k = n-2$, $\mathcal{A}_n^{n-2} = \begin{bmatrix} \alpha^{n-1} & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix}$ матрица второго порядка, получим

$$\left\{ \begin{bmatrix} \alpha^{n-1} & 0 \\ \gamma & \alpha^n \end{bmatrix}, \{\alpha^{n-1}, \alpha^n\}, \begin{bmatrix} \alpha^{n-1} & \beta \\ 0 & \alpha^n \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\gamma & \alpha^{n-1} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -\beta \\ 0 & \alpha^{n-1} \end{bmatrix} \right\},$$

где $\alpha^n = (\alpha^{n-2})^{-1} \begin{vmatrix} \alpha^{n-1} & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix}$.

3. Если порядок матрицы $\mathcal{A}_n^k$ больше двух $(0 \leqslant k < n-2)$, выберем целое число $s$ в интервале $(k < s < n)$ и разделим матрицу на блоки

$$\mathcal{A}_n^k = \begin{bmatrix} \mathcal{A}_s^k & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix}.$$

3.1. Первый рекурсивный шаг

$$\{L_s^k, \{\alpha^{k+1}, \alpha^{k+2}, \ldots, \alpha^s\}, U_s^k, M_s^k, W_s^k\} = \mathbf{LDU}(\mathcal{A}_s^k, \alpha^k)$$

3.2. Вычислим матрицы

$$U_{s,n}^{k,s} = M_s^k \mathbf{B}, \quad L_{k,s}^{s,n} = \mathbf{C} W_s^k,$$

$$\mathcal{A}_n^s = (\alpha^k)^{-1}\alpha^s(\mathbf{D} - L_{k,s}^{s,n} D_s^k U_{s,n}^{k,s}).$$

3.3. Второй рекурсивный шаг

$$\{L_n^s, \{\alpha^{s+1}, \alpha^{s+2}, \ldots, \alpha^n\}, U_n^s, M_n^s, W_n^s\} = \mathbf{LDU}(\mathcal{A}_n^s, \alpha^s).$$

3.4 Результат

$$\{L_n^k, \{\alpha^{k+1}, \alpha^{k+2}, \ldots, \alpha^n\}, U_n^k, M_n^k, W_n^k\},$$

$$L_n^k = \begin{bmatrix} L_s^k & 0 \\ L_{k,s}^{s,n} & L_n^s \end{bmatrix}, \quad U_n^k = \begin{bmatrix} U_s^k & U_{s,n}^{k,s} \\ 0 & U_n^s \end{bmatrix},$$

$$M_n^k = \begin{bmatrix} M_s^k & 0 \\ -\alpha_k^{-1} M_n^s L_{k,s}^{s,n} D_s^k M_s^k & M_n^s \end{bmatrix}, W_n^k = \begin{bmatrix} W_s^k & -\alpha_k^{-1} W_s^k D_s^k U_{s,n}^{k,s} W_n^s \\ 0 & W_n^s \end{bmatrix}.$$

# 3 Пример

$$\text{Input: } \{A, \alpha_0\}, \ \alpha_0 = 1, \ A = \begin{bmatrix} 7 & -2 & 6 & 0 & 3 & -9 & -8 & 9 \\ -4 & 0 & 0 & 9 & 6 & 0 & 3 & 5 \\ 6 & 0 & 7 & -4 & -4 & -2 & -3 & 6 \\ 3 & 8 & 0 & 2 & 0 & -3 & -2 & -4 \\ 2 & 0 & -7 & 0 & -3 & 0 & 8 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 1 & 7 & 0 & 0 \\ -5 & 1 & -3 & -8 & 6 & 0 & -5 & 0 \\ 3 & 0 & -3 & 0 & 0 & -8 & 0 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{A}_0^4 & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix},$$

Output: $\{L_8^0, \{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_8\}, U_8^0, M_8^0, W_8^0\}$, $D_0^8 = \alpha_0 \mathrm{Diag}^{-1}\{\alpha_0\alpha_1, \ldots, \alpha_7\alpha_8\}$.

## 3.1

$$\text{Input: } \{\mathcal{A}_4^0, \alpha_0\}, \ \alpha_0 = 1, \ \mathcal{A}_4^0 = \begin{bmatrix} 7 & -2 & 6 & 0 \\ -4 & 0 & 0 & 9 \\ 6 & 0 & 7 & -4 \\ 3 & 8 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{A}_0^2 & \mathbf{B}' \\ \mathbf{C}' & \mathbf{D}' \end{bmatrix},$$

Output: $\{L_4^0, \{\alpha_1, \ldots, \alpha_4\}, U_4^0, M_4^0, W_4^0\}$, $D_0^4 = \alpha_0 \mathrm{Diag}^{-1}\{\alpha_0\alpha_1, \ldots, \alpha_3\alpha_4\}$.

### 3.1.1

Input: $\{\mathcal{A}_2^0, \alpha_0\}$, $\alpha_0 = 1$, $\mathcal{A}_2^0 = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$, Output: $\{L_2^0, \{\alpha_1, \alpha_2\}, U_2^0, M_2^0, W_2^0\}$,

$\{\alpha_1, \alpha_2\} = \{7, -8\}$, $D_2^0 = \alpha_0 \mathrm{Diag}\{\alpha_0\alpha_1, \alpha_1\alpha_2\}^{-1} = \mathrm{Diag}\{1/7, -1/56\}$,

$$L_2^0 = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ -4 & -8 \end{bmatrix}, \ U_2^0 = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ 0 & -8 \end{bmatrix}, \ M_2^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}, \ W_2^0 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}.$$

### 3.1.2

$$\alpha_2 = -8, \ \widetilde{L}' = \alpha_0^{-1}\mathbf{C}'W_2^0 = \begin{bmatrix} 6 & 12 \\ 3 & 62 \end{bmatrix}, \ \widetilde{U}' = \alpha_0^{-1}M_2^0\mathbf{B}' = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 24 & 63 \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{A}_4^2 = \frac{\alpha_2}{\alpha_0}(\mathbf{D}' - \widetilde{L}'D_2^0\widetilde{U}') = \begin{bmatrix} -56 & -76 \\ -192 & -574 \end{bmatrix}.$$

### 3.1.3

Input: $\{\mathcal{A}_4^2, \alpha_2\}$, Output: $\{L_4^2, \{\alpha_3, \alpha_4\}, U_4^2, M_4^2, W_4^2\}$,

$\{\alpha_3, \alpha_4\} = \{-56, -2194\}$, $D_4^2 = \alpha_2 \mathrm{Diag}\{\alpha_2\alpha_3, \alpha_3\alpha_4\}^{-1} = \mathrm{Diag}\{-1/56, -1/15358\}$,

$$L_4^2 = \begin{bmatrix} -56 & 0 \\ -192 & -2194 \end{bmatrix}, \ U_4^2 = \begin{bmatrix} -56 & -76 \\ 0 & -2194 \end{bmatrix}, \ M_4^2 = \begin{bmatrix} -8 & 0 \\ -192 & -56 \end{bmatrix}, \ W_4^2 = \begin{bmatrix} -8 & 76 \\ 0 & -56 \end{bmatrix}.$$

### 3.1.4

$\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\}=\{7,-8,-56,-2194\}$ , $D_4^0=\mathrm{Diag}\{1/7,-1/56,1/448,1/122864\}$ ,
$\widetilde{W}'=-W_2^0D_2^0\widetilde{U}'W_4^2/\alpha_0=\begin{bmatrix}0&-126\\-24&-213\end{bmatrix}$, $\widetilde{M}'=-M_4^2\widetilde{L}'D_2^0M_2^0/\alpha_0=\begin{bmatrix}0&-12\\-224&-146\end{bmatrix}$,

$$L_4^0=\begin{bmatrix}L_2^0&0\\\widetilde{L}'&L_4^2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7&0&0&0\\-4&-8&0&0\\6&12&-56&0\\3&62&-192&-2194\end{bmatrix},\ U_4^0=\begin{bmatrix}U_2^0&\widetilde{U}'\\0&U_4^2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7&-2&6&0\\0&-8&24&63\\0&0&-56&-76\\0&0&0&-2194\end{bmatrix},$$

$$M_4^0=\begin{bmatrix}M_2^0&0\\\widetilde{M}'&M_4^2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\4&7&0&0\\0&-12&-8&0\\-224&-146&192&-56\end{bmatrix},\ W_4^0=\begin{bmatrix}W_2^0&\widetilde{W}'\\0&W_4^2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&2&0&-126\\0&7&-24&-213\\0&0&-8&76\\0&0&0&-56\end{bmatrix}.$$

## 3.2

$$\widetilde{L}=\alpha_0^{-1}\mathbf{C}W_4^0=\begin{bmatrix}2&4&56&-784\\0&0&0&-336\\-5&-3&0&637\\3&6&24&-606\end{bmatrix},\ \widetilde{U}=\alpha_0^{-1}M_4^0\mathbf{B}=\begin{bmatrix}3&-9&-8&9\\54&-36&-11&71\\-40&16&-12&-108\\-2316&1800&890&-1370\end{bmatrix},$$

$$\alpha_4=-2194\,,\ \mathcal{A}_8^4=\frac{\alpha_4}{\alpha_0}(\mathbf{D}-\widetilde{L}D_4^0\widetilde{U})=\begin{bmatrix}21454&-20812&-36594&-4954\\11702&-26158&-5340&8220\\-37863&30348&32338&-21343\\10488&-46&-15978&4874\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathcal{A}_4^6&\mathbf{B}''\\\mathbf{C}''&\mathbf{D}''\end{bmatrix}.$$

## 3.3

Input: $\{\mathcal{A}_8^4,\alpha_4\}$, Output: $\{L_8^4,\{\alpha_5,\alpha_6,\alpha_7,\alpha_8\},U_8^4,M_8^4,W_8^4\}$.
$D_8^4=\alpha_4\mathrm{Diag}^{-1}\{\alpha_4\alpha_5,\alpha_5\alpha_6,\alpha_6\alpha_7,\alpha_7\alpha_8\}$.

### 3.3.1

Input: $\{\mathcal{A}_6^4,\alpha_4\}$, Output: $\{L_6^4,\{\alpha_5,\alpha_6\},U_6^4,M_6^4,W_6^4\}$, $\mathcal{A}_6^4=\begin{bmatrix}21454&-20812\\11702&-26158\end{bmatrix}$,
$\{\alpha_5,\alpha_6\}=\{21454,144782\}$, $D_6^4=\alpha_4\mathrm{Diag}\{\alpha_4\alpha_5,\alpha_5\alpha_6\}^{-1}=\mathrm{Diag}\{1/2145,-1097/1553076514\}$,
$L_6^4=\begin{bmatrix}21454&0\\11702&144782\end{bmatrix}$, $U_6^4=\begin{bmatrix}21454&-20812\\0&144782\end{bmatrix}$,
$M_6^4=\begin{bmatrix}-2194&0\\-11702&21454\end{bmatrix}$, $W_6^4=\begin{bmatrix}-2194&20812\\0&21454\end{bmatrix}$.

### 3.3.2

$$\widetilde{L}''=\alpha_4^{-1}\mathbf{C}''W_6^4=\begin{bmatrix}-37863&62406\\10488&-99038\end{bmatrix},\ \widetilde{U}''=\alpha_4^{-1}M_6^4\mathbf{B}''=\begin{bmatrix}-36594&-4954\\-142962&-106802\end{bmatrix},$$

$$\alpha_6=144782\,,\ \mathcal{A}_8^6=\frac{\alpha_6}{\alpha_4}(\mathbf{D}''-\widetilde{L}''D_6^4\widetilde{U}'')=\begin{bmatrix}2543683&2296046\\-786084&-974480\end{bmatrix}.$$

### 3.3.3

Input: $\{\mathcal{A}_8^6,\alpha_6\}$, Output: $\{L_8^6,\{\alpha_7\alpha_8\},U_8^6,M_8^6,W_8^6\}$, $\{\alpha_7,\alpha_8\}=\{2543683,-4654468\}$,
$D_8^6=\alpha_6\mathrm{Diag}\{\alpha_6\alpha_7,\alpha_7\alpha_8\}^{-1}=\mathrm{Diag}\{1/2543683,-72391/5919745562822\}$ ,

$$L_8^6 = \begin{bmatrix} 2543683 & 0 \\ -786084 & -4654468 \end{bmatrix},\ U_8^6 = \begin{bmatrix} 2543683 & 2296046 \\ 0 & -4654468 \end{bmatrix},$$
$$M_8^6 = \begin{bmatrix} 144782 & 0 \\ 786084 & 2543683 \end{bmatrix},\ W_8^6 = \begin{bmatrix} 144782 & -2296046 \\ 0 & 2543683 \end{bmatrix}.$$

### 3.3.4

$\{\alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8\} = \{21454, 144782, 2543683, -4654468\}$,
$D_8^4 = \mathrm{Diag}\{1/21454, -1097/1553076514, -1097/184139756053, 1097/5919745562822\}$,

$$\widetilde{W}'' = \frac{-W_6^4 D_6^4 \widetilde{U}'' W_8^6}{\alpha_4} = \begin{bmatrix} 385638 & -3708067 \\ 142962 & -390773 \end{bmatrix},\ \widetilde{M}'' = \frac{-M_8^6 \widetilde{L}'' D_6^4 M_6^4}{\alpha_4} = \begin{bmatrix} 289557 & -62406 \\ -620453 & 1401175 \end{bmatrix},$$

$$L_8^4 = \begin{bmatrix} L_6^4 & 0 \\ \widetilde{L}'' & L_8^6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21454 & 0 & 0 & 0 \\ 11702 & 144782 & 0 & 0 \\ -37863 & 62406 & 2543683 & 0 \\ 10488 & -99038 & -786084 & -4654468 \end{bmatrix},\ M_8^4 = \begin{bmatrix} M_6^4 & 0 \\ \widetilde{M}'' & M_8^6 \end{bmatrix},$$

$$U_8^4 = \begin{bmatrix} U_6^4 & \widetilde{U}'' \\ 0 & U_8^6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21454 & -20812 & -36594 & -4954 \\ 0 & 144782 & -142962 & -106802 \\ 0 & 0 & 2543683 & 2296046 \\ 0 & 0 & 0 & -4654468 \end{bmatrix},\ W_8^4 = \begin{bmatrix} W_6^4 & \widetilde{W}'' \\ 0 & W_8^6 \end{bmatrix}.$$

## 3.4

$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8\} = \{7, -8, -56, -2194, 21454, 144782, 2543683, -4654468\}$,
$D_8^0 = \alpha_0 \mathrm{Diag}\{\alpha_0\alpha_1, \cdots, \alpha_7\alpha_8\}^{-1} =$
$\mathrm{Diag}\{7, -56, 448, 122864, -47070076, 3106153028, 368279512106, -11839491125644\}^{-1}$,

$$L_8^0 = \begin{bmatrix} L_4^0 & 0 \\ \widetilde{L} & L_8^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & -8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 12 & -56 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 62 & -192 & -2194 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 56 & -784 & 21454 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -336 & 11702 & 144782 & 0 & 0 \\ -5 & -3 & 0 & 637 & -37863 & 62406 & 2543683 & 0 \\ 3 & 6 & 24 & -606 & 10488 & -99038 & -786084 & -4654468 \end{bmatrix},$$

$$U_8^0 = \begin{bmatrix} U_4^0 & \widetilde{U} \\ 0 & U_8^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -2 & 6 & 0 & 3 & -9 & -8 & 9 \\ 0 & -8 & 24 & 63 & 54 & -36 & -11 & 71 \\ 0 & 0 & -56 & -76 & -40 & 16 & -12 & -108 \\ 0 & 0 & 0 & -2194 & -2316 & 1800 & 890 & -1370 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 21454 & -20812 & -36594 & -4954 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 144782 & -142962 & -106802 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2543683 & 2296046 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4654468 \end{bmatrix}.$$

ЛИТЕРАТУРА


1. *Малашонок Г.И.* Матричные методы вычислений в коммутативных кольцах. Тамбов: Изд-во Тамбовского университета, 2002.
2. *Малашонок Г.И.* О быстром обобщенном разложении Брюа в области // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2012. Т. 17. Вып. 2. С. 544-551.
3. *Malaschonok G.I.* Effective Matrix Methods in Commutative Domains // Formal Power Series and Algebraic Combinatorics. Berlin: Springer, 2000. P. 506-517.

4. *Malaschonok G.I.* Fast Generalized Bruhat Decomposition // Computer Algebra in Scientific Computing, LNCS 6244, Berlin: Springer, 2010. P. 194-202.

БЛАГОДАРНОСТИ: Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 12-07-00755-а.

Поступила в редакцию 20 декабря 2012 г.

Malaschonok G.I., Scherbinin A.S. ALGORITHM OF LDU-DECOMPOSITION AND EXAMPLE.

Deterministic recursive algorithm of matrix triangular decomposition over commutative domains is considered. The algorithm has the same complexity as the algorithm of matrix multiplication by the number of operations in the ring. Stages of decomposition of the matrix of the eighth order given in the example.

Key words: matrix factorization, block recursive algorithm, commutative domain.