

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ MATH PARTNER ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ЭКОНОМИКЕ

Application system of computer algebra MATH PARTNER for solving linear programming in the economy

Оксана Переславцева (Oxana Pereslavytseva)

ФГБОУ ВПО «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина» – г. Тамбов, МСУ „Г.Р. Державин“ – Свети Николе, oxana.pereslavytseva@gmail.com

Аннотация: В работе рассказывается о возможности решения задач линейного программирования в системе компьютерной алгебры MATH PARTNER, а именно, определяются виды задач линейного программирования и указываются команды для их решения. Приводится пример решения экономико-математических задач.

Ключевые слова: MATH PARTNER, система компьютерной алгебры, применение математики в экономике, задачи линейного программирования.

Abstract: This work is devoted to the solution of problems of linear programming in system of computer algebra MATH PARTNER. Types of linear programming problems and methods for their solution are identified. There is an example of solving business-oriented tasks.

Key words: MATH PARTNER, system of computer algebra, application the mathematic in the economy, linear programming.

Линейное программирование используется в микроэкономике и менеджменте компаний в таких отраслях как планирование, производство, транспортная логистика и других. Задачи линейного программирования возникают, когда требуется максимизировать прибыль или минимизировать затраты при ограниченных ресурсах.

Общей задачей линейного программирования называется задача нахождения минимума (максимума) линейной функции $F = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$ при ограничениях

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \{ \leq, =, \geq \} b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \{ \leq, =, \geq \} b_2, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \{ \leq, =, \geq \} b_m, \end{cases}$$

$x_j \geq 0, j=1, \dots, n$, где x_j – неизвестные, a_{ij}, b_i, c_j – заданные постоянные величины, $j=1, \dots, n, i=1, \dots, m$.

Эту задачу можно записать в матричном виде:

$$c^T x \rightarrow \min(\max), Ax \leq b (Ax = b, Ax \geq b_3), \text{ где } A = (a_{ij}), b = (b_i), c = (c_j).$$

Математическое решение таких задач является громоздким. Система компьютерной алгебры Math Partner позволяет найти решение этих задач. Для этого нужно лишь ввести входные данные и выбрать соответствующую задаче команду.

Система Math Partner [1, 2] доступна пользователям онлайн по адресу <http://mathpar.cloud.unihub.ru/>. Эта система поможет при решении задач, в которых применяется математика.

Система Math Partner позволяет решать следующие виды задач линейного

программирования с помощью указанных команд.

1. $c^T x \rightarrow \max, Ax \leq b$. Команда: SimplexMax(A, b, c).

2. $c^T x \rightarrow \min, Ax \leq b$. Команда: SimplexMin(A, b, c).

3. $c^T x \rightarrow \max, A_1 x \leq b_1, A_2 x = b_2$. Команда: SimplexMax(A_1, A_2, b_1, b_2, c).

4. $c^T x \rightarrow \min, A_1 x \leq b_1, A_2 x = b_2$. Команда: SimplexMin(A_1, A_2, b_1, b_2, c).

5. $c^T x \rightarrow \max, A_1 x \leq b_1, A_2 x = b_2, A_3 \geq b_3$.

Команда: SimplexMax(A_1, A_2, A_3, b_1, b_2, b_3, c).

6. $c^T x \rightarrow \min, A_1 x \leq b_1, A_2 x = b_2, A_3 \geq b_3$.

Команда: SimplexMin(A_1, A_2, A_3, b_1, b_2, b_3, c).

Если в задачах номер 5 или 6 отсутствует условие $A_2 x = b_2$, то нужно воспользоваться командой SimplexMax(A_1, [[]] A_3, b_1, [], b_3, c) или SimplexMin(A_1, [[]] A_3, b_1, [], b_3, c) соответственно.

После перехода на вкладку «Тетрадь» (или «Workbook» в английской версии) слева есть подсказки. Примеры задач линейного программирования находятся в разделе «Матрицы» (рис. 1).



Рисунок 1. Меню автоматического добавления команд.

Рассмотрим пример решения задач.

Пример [3]. Молочный комбинат освоил выпуск новых сортов сыра: «Нежный» и «Петровский». Ожидаемый спрос на них может составить, соответственно, не более 15 тонн и 12 тонн в месяц. Поскольку комбинат выпускает также традиционные виды продукции, каждый из 4 цехов может выделить на производство сыров ограниченный месячный ресурс времени. Выделяемые лимиты времени, а также затраты времени работы каждого цеха на осуществление технологического процесса при выработке 1 тонны сыра каждого сорта, приведены в таблице 1, где также представлены оптовые цены сыров. Определить оптимальный объем выпуска сыра каждого сорта, обеспечивающий максимальную выручку от продажи.

Таблица 1. Исходные данные задачи

№ цеха	Затраты времени на выработку 1 т сыра, час		Месячные лимиты времени, час
	Нежный	Петровский	
1	2	7	66
2	3	5	45
3	2	4	58
4	1	6	72
Оптовая цена, тыс.руб./т.	156	168	

Обозначим через x_1 (т сыра / месяц) – объем выпуска сыра «Нежный», x_2 (т сыра / месяц) – объем выпуска сыра «Петровский».

Запишем целевую функцию в виде суммы дохода от продажи сыров «Нежный» и «Петровский» $F = 156x_1 + 168x_2 \rightarrow \max$.

Запишем ограничения:

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 \leq 66, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 45, \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 58, \\ x_1 + 6x_2 \leq 72, \\ x_1 \leq 15, \\ x_2 \leq 12. \end{cases}$$

В матричном виде получим следующие данные.

$$c = \begin{pmatrix} 156 \\ 168 \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 5 \\ 2 & 4 \\ 1 & 6 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 66 \\ 45 \\ 58 \\ 72 \\ 15 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

Решим полученную задачу в системе Math Partner. Для этого открываем вкладку «Тетрадь» (или «Workbook»), записываем входные данные и вызываем команду SimplexMax:

```
SPACE = R64[];
A = [[2,7],[3,5],[2,4],[1,6],[1,0],[0,1]];
b = [66,45,58,72,15,12];
c = [156,168];
x = \SimplexMax(A, b, c);
```

Нажимаем на кнопку Run, которая изображена черным треугольником, и получаем результат (рис. 2).

Free memory: 8671 / 13933MB

Space R64[] ▾

Symbols ▾

Numbers, polynomials ▾

Matrices ▾

Functions ▾

Graphics and tables ▾

Files ▾

Cluster ▾

Login ▾

SP: Run this section (also Ctrl-Enter at source code)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 5 \\ 2 & 4 \\ 1 & 6 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$b = [66, 45, 58, 72, 15, 12];$$

$$c = [156, 168];$$

$$x = \text{SimplexMax}(A, b, c);$$

out :

$$[15, 0]$$

Рисунок 2. Результат вычисления вектора x .

Таким образом, значения неизвестных равны $x_1=15$, $x_2=0$. Теперь осталось найти значение функции F при найденном значении x . Это можно сделать в системе Math Partner.

$$F=c*x;$$

Выполняем и получаем результат: $F = 2340$.

Следовательно, для обеспечения максимальной выручки от продажи (2340 тысяч рублей) сыр «Петровский» не нужно выпускать, а объем выпуска сыра «Нежный» должен составлять 15 тонн.

Благодарности: Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 16-07-00420.

Литература

1. **Malaschonok G.I.** (2013) Mathpar Language Guide. Tambov: Publishing House of TSU.
2. **Малашонок Г. И.** (2013) Руководство по языку "Mathpar". Учебное пособие. Тамбов: Издательский дом ТГУ имени Г.Р. Державина.
3. **Печерских И.А., Семенов А.Г.** (2011) Математические модели в экономике: учебное пособие. Кемерово: Кемеровский технологический институт пищевой промышленности.