

Math Partner – компьютерная алгебра нового поколения

Г. И. Малашенок

*Лаборатория алгебраических вычислений,
Тамбовский государственный университет,
ул. Интернациональная, д.33, Тамбов, Россия, 392000*

Приводятся общие характеристики математического сервиса MathPartner, который теперь свободно доступен по адресу mathpar.cloud.unihub.ru. Сервис ориентирован на самое широкое применение как в науке и образовании, так и в индустрии и в технике. Обсуждаются особенности нового поколения систем компьютерной алгебры и их возможное влияние на общество. Прогнозируются возможные кардинальные изменения, которые может претерпеть система образования под влиянием новых технических возможностей, которые они предоставляют.

Ключевые слова: компьютерная алгебра, MathPartner, математическое образование, параллельные вычисления; облачная математика.

1. Введение

Системы символьно-численных вычислений, как приложения для компьютеров, совершенствуются уже не одно десятилетие, улучшаясь от версии к версии. В последнее десятилетие информационные технологии претерпевают сильные изменения – быстрыми темпами развиваются облачные технологий. Это привело к появлению нового поколения систем компьютерной алгебры – математических сервисов широкого назначения.

Одним из первых в этом классе систем компьютерной алгебры является Math Partner [1]. Сегодня этот сервис стал доступен по адресу mathpar.cloud.unihub.ru.

Настоящее сообщение посвящено описанию его особенностей и тем новым возможностям, которые он предоставляет самому широкому кругу пользователей: от узких профессионалов математиков – до младших школьников, от учителей математики и физики – до инженеров и физиков-теоретиков.

Можно ожидать, что кардинальные изменения претерпят, как система среднего и высшего образования, так и сам статус математического знания в современном обществе. Сегодня появляется возможность пользоваться достижениями математики во всех сферах деятельности человека. Для этого нужно очень короткое время и малые затраты.

Новый сервис является бесплатным. Каждый может заводить в нем свою облачную математическую тетрадь и делать в ней необходимые вычисления.

Важнейшим фактом, связанным с его появлением, является создание письменного языка математики. Этот язык понимает и человек и компьютер. Этим языком теперь могут пользоваться не только те, кто пишет тексты на TeXе, но любой школьник, который воспользуется в своей облачной математической тетради сервисом выпадающего меню. В меню он может найти большой запас слов, предложений и математических операторов, за которыми стоят полезные алгоритмические конструкции, используемые в приложениях.

Можно предполагать, что на этом новом языке математики будут создаваться и храниться математические знания в учебниках. А сами учебники будут сохраняться в общедоступных базах и ими можно будет легко воспользоваться. Достаточно просто скопировать формулы и перенести их себе в рабочую тетрадь.

Самую большую отдачу для общества можно будет получить в результате интенсификации и индивидуализации образования, снятия стрессовой нагрузки на учителя, который вынужден сегодня работать в большом классе, одновременно со всеми.

2. О языке Mathpar

Язык Mathpar является расширением языка TeX, путем добавления оператора присвоения, операторов вычисления, операторов управления, операторов установок окружения и операторов вывода графиков. Текст, содержащий запись на языке – это простой текстовый файл, который может создаваться, редактироваться и сохраняться также как тексты в языке TeX.

Имеется группа операторов вычисления, которые предназначены для использования многопроцессорного кластера при проведении вычисления.

Имеются операторы задания окружения – задания пространства, в котором находятся математические объекты. Окружение определяет основное числовое множество, типы операций в этом множестве, имена переменных и константы.

Добавлены правила, которые позволяют вести запись подобную естественной математической записи. Они дают возможность воспроизводить привычную математическую запись, отображать тексты научных и технических публикаций, тексты учеников и задачников в которых используются математические выражения. Исходный текст и результаты отображаются в двух видах: в исходном виде и в виде pdf. Они появляются в одном и том же окне, а сменить вид окна можно с помощью кнопки-переключателя.

Основному тексту программы могут предшествовать *процедуры и функции*. И имеются операторы *управления*: `if(){ }else{ }`, `while(){ }`, `for(; ;){ }`. Кроме того имеются специальные операторы: операторы *вывода значения выражений*, операторы *вывода графиков* и операторы *настройки окружения*.

Пользователь может выбирать следующие числовые множества: $Z = \mathbb{Z}$, $Z_p = \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ ($p > 2$), $Z_{p32} = \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ ($p < 2^{31}$), $Z_{64} = \{z \in \mathbb{Z} : -2^{63} \leq z < 2^{63}\}$, $Q = \mathbb{Q}$, R – множество приближенных действительных чисел, у которых число цифр в мантиссе задается пользователем, R_{64} – действительные числа (52 разряда – мантиссой, 11 разрядов – порядок), R_{128} – действительные числа (128 бит). Еще 8 числовых множеств получаются в результате комплексификации первых восьми множеств: CZ , CZ_p , CZ_{p32} , CZ_{64} , CQ , C , $C64$, $C128$.

Выделим некоторые группы операторов.

Операции над числами: $\max(a, b)$, $\min(a, b)$, $\text{sign}(a)$, $\text{abs}(a)$, $\text{floor}(a)$, $\text{ceil}(a)$, $\text{round}(a)$.

Операции над целыми числами: $\text{divRem}(a, b)$, $\text{div}(a, b)$, $\text{rem}(a, m)$, $\text{mod}(a, m)$, $\text{fact}(a) = a!$, $\text{GCD}(a, b)$, $\text{LCM}(a, b)$.

Операции с дробями и рациональными функциями: $\text{num}(fr)$, $\text{denom}(fr)$, $\text{cancel}(fr)$, $\text{properForm}(fr)$, $\text{quotient}(fr)$, $\text{remainder}(fr)$, $\text{quotientAndRemainder}(fr)$.

Операции над многочленами многих переменных: $\text{value}(f, [x_0, y_0])$ (подставить $x = x_0$, $y = y_0$), $\text{expand}()$, $\text{factor}()$, $\text{quotient}(a, b, x)$, $\text{remainder}(a, b, x)$, $\text{GCD}()$, $\text{LCM}()$, $\text{quotientAndRemainder}(a, b, x)$, $\text{reduceByGB}(g, [f_1, f_2, \dots, f_c])$ – редуцирование полинома g с помощью полиномов f_1, f_2, \dots , $\text{solveNAE}(f_1, f_2, \dots)$ – решение нелинейных уравнений $f_1 = 0, f_2 = 0, \dots$, $\text{groebner}(f, \dots, g)$.

Матрицы и векторы Векторы отмечаются квадратными скобками, а матрицы – двойными квадратными скобками, например; $A = [[1, 2], [x, y]]$. Чтобы адресовать элементы матрицы нужно дать им наименование: $a = \text{elementOf}(A)$, и потом можно брать отдельные элементы : $a_{\{i, j\}}$ – элемент матрицы A , $a_{\{i, ?\}}$ – строка i , $a_{\{?, j\}}$ – столбец j . $\backslash O_{\{n, m\}}$ – нулевая матрица размера $n \times m$; $\backslash I_{\{n, m\}}$ – $n \times m$ матрица с единицами на главной диагонали. Нулевая вектор-строка: $\backslash O_{\{n\}}$.

Другие матричные функции: $\text{charPolynom}(A)$, $\text{kernel}(A)$, $\text{transpose}(A)$ или A^T , $\text{conjugate}(A)$ или $A^{\{ast\}}$, $\text{toEchelonForm}(A)$, $\text{det}(A)$, $\text{inverse}(A)$ или A^{-1} , $\text{adjoint}(A)$ или $A^{\{star\}}$, $\text{genInverse}(A)$ или $A^{\{+\}}$ (обобщенная обратная матрица Мурра-Пенроуза), $\text{closure}(A)$ или $A^{\{times\}}$ – замыкание, $I + A + A^2 + A^3 + \dots$ $\cdot b$ или $(I - A)^{-1}$, $\text{LDU}(A)$ – треугольная LDU-факторизация матрицы. Результатом являются пять матриц $[L, D, U, P, Q]$, $A = LDU$. $\text{BruhatDecomposition}(A)$ – разложение Брюа матрицы. Результатом являются три матрицы $[V, w, U]$, $A = VwU$.

Определены следующие элементарные функции: $\exp()$, $\ln()$, $\lg()$, $\log(a, b)$ или $\log_a(b)$ – логарифм числа b по основанию a , $\text{sgrt}()$ – корень квадратный, $\text{cubrt}()$ – корень кубический, $\text{rootof}(a, n)$ – корень из числа a степени n , $\hat{a}\{n\}$ – число a в степени n , $\sin()$, $\cos()$, $\text{tg}()$, $\text{ctg}()$, $\text{arcsin}()$, $\text{arccos}()$, $\text{arctg}(c)$, $\text{arctg}()$, $\text{sh}()$, $\text{ch}()$, $\text{th}()$, $\text{cth}()$, $\text{arcsh}()$, $\text{arcch}()$, $\text{arctgh}()$, $\text{arctctgh}()$.

Представлены в системе и такие важные разделы как преобразование Лапласа и решение систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, вычисления в тропической математике, линейное программирование, логические операции и операции теории множеств, параллельные вычисления на компьютере с распределенной памятью, 2D и 3D графики и др.

RESTful протокол мог бы использоваться для обмена данными между этим сервисом и другими облачными устройствами, для этого достаточно оснастить его небольшим интерфейсом.

3. Заключение

Math Partner – это система компьютерной математики нового поколения. Появление таких систем скажется на всех прикладных сферах: в науке, технике, экономике. Кардинальные изменения может претерпеть образование, так как создаются условия для интенсификации и индивидуализации образования, появляется обратная связь между учащимся и образовательной системой, когда действия учащегося оцениваются и сохраняются в его облачном дневнике. Каждый учащийся может иметь рейтинг, более точно отражающий его способности и уровень знаний, чем современные государственные проверочные средства.

Благодарности

Работа частично поддержана грантом РФФИ № 16-07-00420.

Литература

1. *Malaschonok G.I.* Way to Parallel Symbolic Computations. International conference «Cloud computing, Education, Research, Development» Moscow, 2011.
2. *Malaschonok G.I.* Language Guide "Mathpar". Tambov: Publishing House of Tambov State University, 2013, 133 pp.

UDC 510.53, 51.001.8

Math Partner - Computer Algebra of New Generation

G.I. Malaschonok

*Laboratory for algebraic computations
Tambov State University
Internatsionalnaya, 33, Tambov, Russia, 392000*

We give the general characteristics of the mathematical service MathPartner, which is now freely available at mathpar.cloud.unihub.ru. This mathematical service focused on the most extensive use in science and education, as well as in industry and technology. We discuss the characteristics of the new generation of computer algebra systems and their possible impact on society. We build forecasts of possible cardinal changes that can get accustomed education system under the influence of new technical capabilities that they provide. We build forecasts of possible cardinal changes that can happen in the education system under the influence of new technical capabilities that they provide.

Key words and phrases: computer algebra, Math Partner, math education, parallel computing, cloud math,