Theorem 0.3. *For the ring K of cosets modulo p^2, p is prime, we have the following inversion formula*

$$\begin{aligned} f(z) &= \frac{1}{p^6(p+1)}\Big\{(p^5+p^4-p^3+p-1)(M(Rf))(z) \\ &- (p^3-p+1)\sum_{w\in z+D^2, w\neq z}(M(Rf))(w) - \sum_{w\notin z+D^2}(M(Rf))(w)\Big\}. \end{aligned}$$

In proofs of Theorems 2 and 3 we use formulae for some reciprocal matrices. These formulae can be checked immediately.

Let C be the following matrix of order r:

$$C = \alpha E + \beta I. \tag{2}$$

Then

$$C^{-1} = \frac{1}{\alpha}E - \frac{\beta}{\alpha(\alpha+r\beta)}I. \tag{3}$$

Let A be the following $mr\times mr$ matrix written as a block matrix with blocks of order r:

$$\begin{pmatrix} C+I & I & \dots & I \\ I & C+I & \dots & I \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ I & I & \dots & C+I \end{pmatrix}, \tag{4}$$

where C is an invertible matrix satisfying the condition

$$CI = IC = aI, \tag{5}$$

a being a number. Then the reciprocal matrix C^{-1} satisfies the condition $IC^{-1} = a^{-1}I$ and

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} C^{-1}+\mu I & \mu I & \dots & \mu I \\ \mu I & C^{-1}+\mu I & \dots & \mu I \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mu I & \mu I & \dots & C^{-1}+\mu I \end{pmatrix}, \tag{6}$$

where $\mu = -\{a(a+mr)\}^{-1}$.

References

[1] 1. E. V. Vodolazhskaya. Radon transform on a finite plane. International Workshop "Polynomial Computer Algebra", April 4–7, 2008, St.-Peterburg, Russia, 78–80.

E.V. Vodolazhskaya
Tambov State University
Internatsionalnaya 33
Tambov, Russia
e-mail: lenokimfi@gmail.com

Параллельное вычисление присоединенной матрицы.

А.А. Бетин

В статье описывается граф параллельного рекурсивного алгоритма нахождения присоединенной матрицы. Граф образован вершинами пяти типов. Приведено строение каждой вершины и вычислительный алгоритм в этих вершинах.

1. Введение.

Проблема создания блочных рекурсивных аглоритмов рассматривалась S. Watt [4], [5]. Основная трудность таких алгоритмов заключается в появлении необратимых диагональных блоков. Известно, что если матрица A обратима, то все диагональне миноры матрицы A^TA тоже обратимы. S. Watt предложил обращать матрицу A^TA и использовать тождество $A^{-1} = (A^TA)^{-1}A^T$. Здесь A^T транспонированная матрица к матрице A, у нее обратимы все главные миноры. Это хорошее решение, но, к сожалению, в этом случае требуется два дополнительных матричных умножения.

Ниже рассматривается друой подход к построению блочных рекурсивных алгоритмов. Присоединенная матрица - это транспонированная матрица алгебраических дополнений. Если детерминант матрицы обратим, то обратная матрица может быть вычислена как присоединенная матрица, деленная на детерминант.

2. Алгоритм вычисления присоединенной матрицы.

Известно следующее разложение на множетели обратной матрицы. Если $\mathcal{A} = \begin{pmatrix} A & C \\ B & D \end{pmatrix}$ – обратимая матрица и A ее обратимый блок, то можно разложить на множители ее обратную матрицу $\mathcal{A}^{-1}$ [1]:

$$\begin{bmatrix} (I & -A^{-1}C \\ 0 & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & (D-BA^{-1}C)^{-1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I & 0 \\ -B & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}.$$

Применение детерминантных тождеств позволяет вычислять присоединенную матрицу с помощью аналогичного разложения присоединенной матрицы [2].

Пусть R – коммутативная область, $\mathcal{A} = (a_{i,j})$ – квадратная матрица порядка n над областью R. Будем использовать следующие обозначения. $\alpha^k_{i,j}$ – определитель подматрицы A, полученной окаймлением углового минора матрицы A порядка $k-1$ строкой i и столбцом j. Введем матрицу, построенную на этих минорах $\mathcal{A}^k = (\alpha^k_{i,j})$. Обозначим $\mathcal{A}^{k;s,t}_{p,q}$ – подматрицу матрицы $\mathcal{A}^k$, стоящую на пересечении строк $s+1, s+2, \cdots, t$ и столбцов $p+1, p+2, \cdots, q$, где $0 \le s \le t < n$, $0 \le p \le q < n$. Справедливо следующее разложение.

Пусть квадратная матрица A порядка $n-k$ над кольцом R разбита на блоки

$$\mathcal{A}^{k+1;k,n}_{k,n} = \begin{pmatrix} A & C \\ B & D \end{pmatrix},$$

A - квадратный блок прядка $s-k$, $(1 \le k < s < n)$, α^k и α^s не равны нулю, тогда присо-

единенная матрица $(\alpha^k)^{-n+k+1}\mathcal{A}_{k,n}^{k+1;k,n*}$ раскладывается на множители.

$$\begin{bmatrix} (\alpha^s)^{-1}\alpha^n I & -(\alpha^s)^{-1}FC \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & (\alpha^k)^{-1}G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ -B & \alpha^s I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix},$$

где $F = (\alpha^k)^{-s+k+1}\mathcal{A}_{k,s}^{k+1;k,s*}$, $G = (\alpha^k)^{-n+s+1}\mathcal{A}_{s,n}^{s+1;s,n*}$, I - единичная матрица и справедливо тождество

$$\mathcal{A}_{s,n}^{s+1;s,n*} = (\alpha^k)^{-1}(\alpha^s D - BFC),$$

при этом $\alpha^0 = 1$ и $\mathcal{A}_{0,n}^{1;0,n*}$ – присоединенная матрица для матрицы A. Здесь символ $*$ обозначает присоединенную матрицу $A^* = A^{-1}detA$.

Существует обобщение этого разложения на случай вырожденного блока A [3].

Пусть R^n – модуль над R размерности n, $M \in R^{n\times n}$ - оператор, действующий в R^n. Ищется обобщенная присоединенная матрица A, такая, что матрица $S = AM$ имеет ступенчатый вид, в частности, если M обратима, то S единичная матрица.

Пусть полугруппа P_n образована матрицами, у которых число единичных элементов совпадает с рангом матрицы, а остальные элементы равны нулю. Полугруппа D_n образована диагональными матрицами порядка n с элементами 0 и 1 на диагонали, $|D_n|=2^n$ и единичная матрица $\mathbf{I}$ – единица в D_n и в P_n. На D_n введем частичный порядок: $I < J \Leftrightarrow J - I \in D_n$ и чертой будем обозначать инволюцию на D_n : $\bar{I} = \mathbf{I} - I$. Для каждой матрицы $E \in P_n$ определим диагональные матрицы: $I_E = EE^T \in D_n$, $J_E = E^TE \in D_n$. Для матрицы E матрица $\bar{I}_E$ является левым аннулятором, а матрица $\bar{J}_E$ – правым аннулятором.

Обозначим множество ступенчатых матриц порядка n: $S_n = \{S \mid \exists E \in P_n,\ \exists d \in R\backslash 0 : S = I_E S,\ dE = SJ_E\}$. Другими словами, для каждой ступенчатой матрицы $S \in S_n$ найдется матрица $E \in P_n$ такая, что множества нулевых строк у матриц S и E совпадают, и каждый ненулевой столбец матрицы dE совпадает с одноименным столбцом матрицы S. Будем записывать: $E = E_S, S \in S_n$.

Введем определение. Отображение $A_{ext}:\ R^{n\times n} \times (R\backslash 0) \to (R^{n\times n})^3 \times (R\backslash 0)$

$$(A, S, E_S, d) = A_{ext}(M, d_0),$$

при $n = 2^k$ назовем расширенным присоединенным отображением пары (M, d_0), если оно определено рекурсивно следующим образом.

При $M = 0$: $A_{ext}(0, d_0) = (d_0 I, 0, 0, d_0)$.

При $k = 0$ и $M = a \neq 0$: $A_{ext}(a, d_0) = (d_0, a, a, a)$.

При $k > 0$ и $M \neq 0$ разобьем матрицу M на четыре равных блока $M = (M_{ij}), i, j \in \{1, 2\}$. Пусть

$$(A_{11}, S_{11}, E_{11}, d_{11}) = A_{ext}(M_{11}, d_0), \tag{1}$$

обозначим

$$M_{12}^1 = A_{11}M_{12}/d_0,\ M_{21}^1 = M_{21}Y_{11}/d_0,\ M_{22}^1 = (M_{22} - M_{21}E_{11}^TM_{12}^1)/d_0.$$

Пусть

$$(A_{12}, S_{12}, E_{12}, d_{12}) = A_{ext}(\bar{I}_{11}M_{12}^1, d_{11}), \tag{2}$$

$$(A_{21}, S_{21}, E_{21}, d_{21}) = A_{ext}(M_{21}^1, d_{11}). \tag{3}$$

Обозначим

$$M_{22}^2 = A_{21}M_{22}^1Y_{12}/(d_{11})^2, d_s = d_{21}d_{12}/d_{11}$$

Пусть

$$(A_{22}, S_{22}, E_{22}, d_{22}) = A_{ext}(\bar{I}_{21}M_{22}^2, d_s). \tag{4}$$

Обозначим

$$M_{11}^2 = S_{11}Y_{21}/d_{11},\ M_{12}^2 = S_{12}d_{21} + (I_{11}M_{12}^1d_{11}d_{21} - S_{11}E_{21}^TA_{21}M_{22}^1)Y_{12}/(d_{11})^2.$$

$$M_{12}^3 = M_{12}^2Y_{12}/(d_sd_{11}),\ M_{22}^3 = S_{22} + I_{21}M_{22}^2Y_{12}/d_s,$$

$$L = (\mathbf{I}d_{11} - I_{11}M_{12}^1E_{12}^T)A_{12}A_{11}d_{22}/(d_{11})^2,$$

$$Q = (\mathbf{I}d_{12}d_{21} - I_{21}M_{22}^2E_{22}^Td_{11})A_{22}/d_s,$$

$$F = S_{11}E_{21}^Td_{22} + M_{12}^2E_{22}^TA_{22}/d_s,$$

$$G = A_{21}(M_{22}^1E_{12}^TA_{12}d_0 + M_{21}E_{11}^Td_{12}d_{11})A_{11}/(d_{11}^2d_0),$$

$$A = \begin{pmatrix} (L + FG/(d_{11}d_{21})/d_{12} & -FA_{21}/(d_{11}d_{21}) \\ -QG/(d_{11}d_{21}d_{12}) & QA_{21}/(d_{11}d_{21}) \end{pmatrix},$$

$$S = \begin{pmatrix} M_{11}^2d_{22}/d_{21} & M_{12}^3 \\ S_{21}d_{22}/d_{21} & M_{22}^3 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{pmatrix}.$$

Тогда

$$(A, S, E, d_{22}) = A_{ext}(M, d_0).$$

Здесь использованы обозначения

$$I_{ij} = E_{ij}E_{ij}^T,\ J_{ij} = E_{ij}^TE_{ij},\ Y_{ij} = d_{ij}\mathbf{I} - E_{ij}^TS_{ij},\ \ i, j \in \{1, 2\}.$$

Для произвольной матрицы $M \in R^{n\times n}$ расширенное присоединенное отображение $(A, S, E, d) = A_{ext}(M, 1)$ определяет расширенную присоединенную невырожденную матрицу A, ступенчатую матрицу S и матрицу E_S, такие, что $AM = S$ и $dE = SJ_E$, определитель d.

В опрделении расширенного определенного отображения содержится алгоритм вычисления присоединенной матрицы, который может быть программно реализован в параллельной вычислительной системе. Алгоритм является рекурсивным. Графом алгоритма является дерево. Опишем граф алгоритма.

3. Граф параллельного алгоритма вычисления присоединенной матрицы.

Алгоритм содержит четыре рекурсивных вызова, кроме этого используются рекурсивные алгоритмы умножения матриц, умножения и деления матрицы на число. Умножение и деление матрицы на число эффективнее делать сразу в рекурсивном умножении матриц. Каждому алгоритму соответствует тип вершины.

Граф алгоритма состоит из вершин пяти типов:

1 - главная вершина - корневая вершина дерева алгоритма $(A, S, E_s, d) = A_{ext}(M, d_0)$;

2 - вершина типа $A * B$;

3 - вершина типа $\frac{A*B}{d_1}d_0$;

4 - вершина типа $AB + CD$;

5 - вершина типа $\frac{A*B}{d_1}d_0 + \frac{C*D}{d_1}d_0$, где A, B,C,D матрицы, d_0, d_1 числа.

Для хранения результатов вычисления, промежуточных результатов и результатов вычисления вершин, используется массив объектов resaults, для хранения входных данных используется массив объектов params.

Все деревья исходящие из вершины разбиты на пучки. Деревья в одном пучке вычисляются параллельно, пучки пронумерованы и вычисляются в соответствии со своими номерами. Пучок из одного дерева - это вычислительный блок в вершине.

Описание вершин будем вести следующим образом: выражения в круглых скобках будут обозначать пучки деревьев, которые вычисляются параллельно, каждое число в скобках будет обозначать тип вершин, числа между скобками – номера вычислительных блоков. Для обозначения входных и выходных данных для вершины будем использовать запись $\{A_{ij}, B_{ij}, E_{ij}, d_{11}\} = P_i(M, d_0)$, где переменные в фигурных скобках - результат вычисления вершины, $P_i(M, d_0)$ - означает тип вершины и входные данные.

Приведем строение каждой вершины, начиная с простых.

Вершина второго типа вычисляет матричное произведение $A \times B$. Она имеет строение 0(4444)1.

У этой вершины один пучок из четырех поддеревьев. Каждое поддерево - это вершина типа $AB + CD$.

$(4444) = (\{S_0\} = P_4(A_0, B_0, A_1, B_2)\ \{S_1\} = P_4(A_0, B_1, A_1, B_3)\ \{S_2\} = P_4(A_2, B_0, A_3, B_2)$ $\{S_3\} = P_4(A_2, B_1, A_3, B_3)\ )$;

матрицы A_i, B_j получены в нулевом вычислительном блоке.

Вычислительные блоки во второй вершине:

0 : разбиваем матрицы A и B на четыре равных блока $A = \begin{pmatrix} A_0 & A_1 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} B_0 & B_1 \\ B_2 & B_3 \end{pmatrix}$;

1 : объединяем матрицы S_i, $S = \begin{pmatrix} S_0 & S_1 \\ S_3 & S_4 \end{pmatrix}$.

Вершина третьего типа вычисляет $\frac{A \times B}{d_1} d_0$ Она имеет строение 0(5555)1.

У этой вершины один пучок из четырех поддеревьев. Каждое поддерево - это вершина типа $\frac{A*B}{d_1} d_0 + \frac{C*D}{d_1} d_0$.

$(5,5,5,5) = (\{S_0\} = P_5(A_0, B_0, A_1, B_2, d_0, d_1)\ \{S_1\} = P_5(A_0, B_1, A_1, B_3, d_0, d_1)$ $\{S_2\} = P_5(A_2, B_0, A_3, B_2, d_0, d_1)\ \{S_3\} = P_5(A_2, B_1, A_3, B_3, d_0, d_1)\ )$;

матрицы A_i, B_j получены в нулевом вычислительном блоке.

Вычислительные блоки в третьей вершине:

0 : разбиваем матрицы A и B на четыре равных блока $A = \begin{pmatrix} A_0 & A_1 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} B_0 & B_1 \\ B_3 & B_4 \end{pmatrix}$;

1 : объединяем матрицы S_i, $S = \begin{pmatrix} S_0 & S_1 \\ S_3 & S_4 \end{pmatrix}$.

Вершина четвертого типа вычисляет $AB + CD$. Имеет строение (22)1.

У этой вершины один пучок из двух поддеревьев. Каждое поддерево – это вершина типа $A * B$.

$(2,2) = (\{R_0\} = P_5(A, B)\ \{R_1\} = P_5(C, D))$

Вычислительные блоки в четвертой вершине:

$1 : R = R_0 + R_1$;

Вершина пятого типа вычисляет $\frac{A*B}{d_1} d_0 + \frac{C*D}{d_1} d_0$. Имеет строение (33)1.

У этой вершины один пучок из двух поддеревьев. Каждое поддерево – это вершина типа $\frac{A*B}{d_1} d_0$.

$(3,3) = (\{R_0\} = P_3(A, B, d_0, d_1)\ \{R_1\} = P_3(C, D, d_0, d_1))$;

Вычислительные блоки в пятой вершине:

$1 : R = R_0 + R_1$.

Вершина первого типа имеет следующее строение:

0(1)1(33)2(211)3(22333)4(33323)5(12)6(323)7(33)8(32)9

Пучки деревьев для вершин первого типа следующие:

$(1) = (\{A_{11}, S_{11}, E_{11}, d_{11}\} = P_1(M, d_0))$;

$(33) = (\{M^1_{12}\} = P_3(A_{11}, M1, 1, d_0)\ \{M^1_{21}\} = P_3(M_2, Y_{11}, x_1))$;

$(211) = (\{Y_1\} = P_2(A_{11}, M_1)\ \ \{A_{21}, S_{21}, E_{21}, d_{21}\} = P_1(M^1_{21}, d_{11})\ \ \{A_{12}, S_{12}, E_{12}, d_{12}\} = P_1(X_4, d_{11}))$;

$(22333) = (\{A1\} = P_2(A_{12}, A_{11})\{Y_2\} = P_2(S_{11}, Y_{21}, 1, -d_{11})\{M^2_{11}\} = P_2(A_{21}, M^1_{22})\ \{Y_3\} = P_3(S_{11}, X_6, 1, d_{11})\ \{Y_{16}\} = P_3(M_2, X_{13}, 1, d_{12}))$;

$(33323) = (\{Y_{18}\} = P_3(M^1_{22}, X_{10}, 1, d_{11})\ \{Y_7\} = P_3(X_9, X_{10}, 1, d_{11})\ \{M^2_{22}\} = P_3(Y_2, Y_{12}, X_9, X_{10}, -d$ $\{Y_4\} = P_2(y_3, M^1_{22})\ \{Y_{14}\} = P_3(S_{11}, X_{11}, d_{11}, d_0))$;

$(12) = (\{A_{22}, S_{22}, E_{22}, d_{22}\} = P_1(X_5, ds)\ \{Y_5\} = P_2(X_7, Y_{12}))$;

$(323) = (\{M^3_{12}\} = P_3(M^2_{12}, Y_{22}, 1, -ds)\ \{A2\} = P_2(A_{22}, A_{21})\ \{Y_6\} = P_3(X_8, Y_{22}, 1, -ds))$;

$(33) = (\{Y_{13}\} = P_3(X^2_{14}, X_{12}, 1, ds)\ \{Y_{15}\} = P_3(M^2_{12}, X_{12}, 1, ds))$;

$(32) = (\{R2\} = P_3(P, G, 1, d_{12})\{Y_{19}\} = P_3(F, G))$.

Вычислительные блоки в первой вершине:

$0 : N = \frac{M.length}{2}$; разбиваем входную матрицу M на четыре равных блока,

$M = \begin{pmatrix} M_0 & M_1 \\ M_3 & M_4 \end{pmatrix}$

$1 : x_1 = -d_0$; $X_{13} = E_{11}A_{11}$; $d^2_{11} = d_{11} * d_{11}$;

$2 : X_2 = E_{11}M^1_{12}$; $X_4 = involution(E_{11}) * M^1_{12}$;

$3 : M^1_{22} * s_{11} - Y_1$; $Y_{12} = E_{12}S_{12} - d_{12}I_{12}$; $X_6 = E_{21}A_{21}$; $X_{11} = E_{21}A_{21}$; $Y_{21} = E_{21}S_{21} - d_{21}I_{21}$;

$4 : X_9 = I_{11}M^1_{12}$; $X_{10} = E_{12}A_1$;

$5 : X_5 = involution(E_{21}) * M^2_{22}$; $ds = \frac{d_{12}*d_{21}}{d_{11}}$; $X_7 = \frac{X_9*d_{21} - Y_4}{-d_{11}}$; $G = \frac{Y_{16}+Y_{18}}{-d_{11}}$;

$6 : Det = d_{22}$; $M^2_{12} = Y_5 + (S_{12} * d_{21})$; $Y_{22} = E_{22}S_{22} - Det * I_{22}$; $L = \frac{(A_1 - Y_7)*d_{11}}{Det}$; $X_8 = I_{21}M^2_{22}$; $M^3_{11} = \frac{M^2_{11}*Det}{d_{21}}$; $M^3_{21} = \frac{S^2_{21}*Det}{d_{21}}$;

$7 : M^3_{22} = Y_6 + S_{22}$; $X_{12} = E_{22}A_2$; $X_{14} = I_{21}M^2_{22}$;

$8 : P = \frac{A_2 - Y_{13}}{d_{21}}$; $F = \frac{Y_{14}+y_{15}}{-d_{21}}$; $R1 = F$; $R3 = P$;

$9 : R0 = \frac{L+Y_{19}}{d_{12}}$; $S = join(M^3_{11}, M^3_{12}, M^3_{21}, M^3_{22})$; $A = join(R0, R1, R2, R3)$; $E = join(E_{11}, E_{12}, E_{21}, E_{22})$;

Здесь обозначены: *join* - объединяет четыре блока в одну матрицу, *involution* - под инволюцией понимается операция $\bar{I} = \mathbf{I} - I$.

4. Заключение.

Таким образом, построен граф параллельного алгоитма для вычисления присоединенной матрицы. На основании этого графа написана программа, которая находится в стадии тестирования. Результаты экспериментов будут доложены на конференции.

Литература

1. Strassen V. Gaussian Elimination is not optimal // Numerische Mathematik. 1969. V.13.P.354-356.

2. Малашонок Г.И. Матричные методы вычислений в коммутативных кольцах. // Монография. Тамбов: Изд-во ТГУ им. Г.Р. Державина, 2002. 214 с. С.78-82.

3. Малашонок Г.И. О вычислении ядра оператора, действующего в модуле. Вестник Тамбовского университета. Сер. Естественные и технические науки. Том 13, вып. 1, 2008.

C. 129-131.

4. Watt S.M. Pivot-Free Block Matrix Inversion. Maple Conference 2006, July 23-26, Waterloo, Canada. http://www.csd.uwo.ca/ watt/pub/reprints/2006-mc-bminv-poster.pdf

5. Watt S.M. Pivot-Free Block Matrix Inversion. http://www.csd.uwo.ca/ watt/pub/reprints/2006-synasc-bminv.pdf

Correct and selfadjoint problems with cubic operators

I. N. Parasidis and P.C.Tsekrekos

Abstract. In this paper, we present a simpler method to prove correctness and selfadjointness of operators B^3 corresponding to some boundary problems and give the solution of these problems.

Mathematics Subject Classification (2000). Primary 46N20, 45J05, 47B25, 34B05.

1. Introduction

Since any linear correct operator can be considered as a correct extension of some minimal operator, many authors used the theory of extensions of operators to prove correctness and selfadjointness of their problems and to find solutions of the problems. Correct extensions of a minimal operators in Hilbert and Banach spaces have been investigated by a number of authors: Neumann J. Von, V. I. Gorbachuk and M. L. Gorbachuk [1], M.I.Vishik, A. A. Dezin, M. Otelbaev, R. Oïnarov and many others. They described the extensions as restrictions of some operators, mainly of the adjoint operator A_0^*. The correct restrictions B of some maximal operator A, when B is a product of two correct restrictions B_1, B_2 of A in Banach space, have been investigated by Shynybekov [3]. Our correct operators are not, generally, restrictions of maximal operators and so Shynybekovs method cannot be applied. I.Parasidis and P.Tsekrekos have considered correct selfadjoint and positive extensions of nondensely defined symmetric operators [4]. In this paper, using the operator B, defined by $Bx = \widehat{A}x - G\langle \widehat{A}x, F^t\rangle_{H^m} = f, \quad D(B) = D(\widehat{A})$, where $G = (\widehat{A}F)C$, we investigate the correctness and selfadjointness of operator B_3 corresponding to the boundary problem:

$$\begin{aligned} B_3x &= \widehat{A}^3x - Y\langle \widehat{A}x, F^t\rangle_{H^m} - S\langle \widehat{A}^2x, F^t\rangle_{H^m} - G\langle \widehat{A}^3x, F^t\rangle_{H^m} = f, \\ D(B_3) &= D(\widehat{A}^3), \end{aligned} \tag{1.1}$$