

Эксперименты с параллельным алгоритмом вычисления присоединенной матрицы и параллельным умножением файловых матриц

А.А. Бетин

Аннотация. Приводятся и обсуждаются результаты на кластере МВС-100К в МСЦ РАН с параллельным алгоритмом вычисления присоединенной матрицы и параллельным умножением файловых матриц.

1. Эксперименты с параллельным алгоритмом вычисления присоединенной матрицы

В работе [1] был рассмотрен параллельный алгоритм вычисления присоединенной матрицы. Рассмотренный алгоритм был программно реализован для многопроцессорных вычислительных систем. Эксперименты с параллельным алгоритмом проводились на вычислительном кластере МВС-100К в МСЦ РАН.

В экспериментах использовались матрицы размеров 512×512 , 1024×1024 , 2048×2048 и 4096×4096 . Присоединенная матрица вычислялась в конечном поле \mathbb{Z}_p , где $p < 2^{32}$. Результаты экспериментов приведены в табл. 1 и 2 и на рис. 1 и 2. За ускорение вычислений на k процессорах по сравнению с вычислением на n процессорах примем число

$$a_{n,k} = \left(\frac{t_n}{t_k} - 1\right) / \left(\frac{k}{n} - 1\right).$$

Для вычисления ускорения в процентах будем умножать $a_{n,k}$ на 100%. Отметим, что при $t_n = t_k$ ускорение равно 0, а при $\frac{t_n}{t_k} = \frac{k}{n}$ ускорение равно 100%.

На рис. 1 и 2 кроме графиков ускорения изображены еще две прямые, которые показывают 50% и 100% ускорение.

Работа выполнена при поддержке программы «Развитие потенциала высшей школы» (проект 2.1.1/1853).

В табл. 1 и на рис. 1 представлены результаты экспериментов, в которых использовались плотные матрицы.

Таблица 1

Время в секундах и ускорение вычислений присоединенной матрицы для плотной матрицы в зависимости от ее размера и количества процессоров

Количество процессоров	2	4	8	16	$a_{2,4}$	$a_{4,8}$	$a_{8,16}$
Размер матрицы							
512x512	11.463	11.571	12.521	13.512	-0.9%	-7.6%	-7.9%
1024x1024	71.332	58.945	67.312	71.478	21.4%	-12.4%	-5.8%
2048x2048	741.269	390.46	348.921	338.832	84.9%	11.9%	2.9%
4096x4096	5635.616	2919.601	2392.472	2201.979	93.0%	22.4%	8.7%

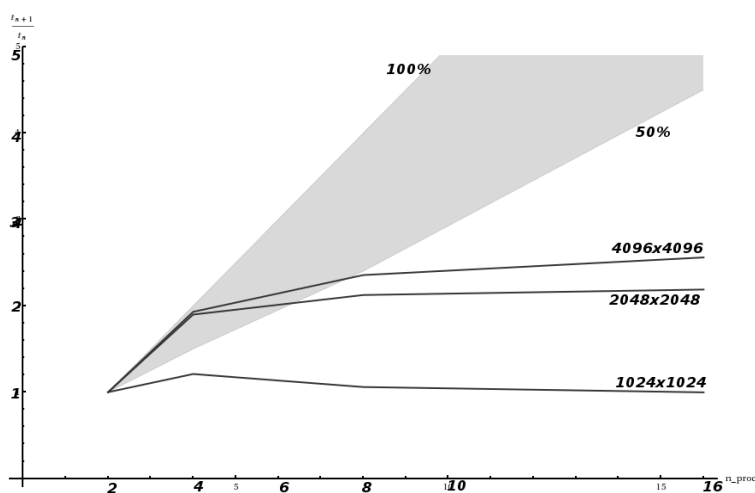


Рис. 1. Ускорение вычислений присоединенной матрицы для плотной матрицы в зависимости от количества процессоров $proc$ по отношению к 2 процессорам

В табл. 2 и на рис. 2 представлены результаты экспериментов, в которых использовались матрицы с плотностью 1%.

Из табл. 1 и 2 видно, что вычисление присоединенной матрицы для матрицы размера 512x512 неэффективно делать параллельно, так как при увеличении числа процессоров время вычисления не уменьшается. Для матриц размера 1024x1024 и более ускорение наблюдается при увеличении числа процессоров с 2 до 16. При дальнейшем увеличении количества процессоров ускорение вычислений становится равным 0. Это связано с тем, что дальнейшее распараллеливание не выгодно, так как пересылаемые блоки становятся настолько малыми, что время пересылки приближается к времени вычислений.

Эксперименты показали, что с увеличением размера матриц параллельное вычисление становится более эффективным. Но с ростом размера матриц

возникает проблема нехватки оперативной памяти. Для решения данной проблемы можно хранить матрицы не в оперативной памяти, а в виде файлов на жестком диске, считывая только необходимые блоки матрицы. Размер максимального блока выбирается с учетом доступной оперативной памяти узла.

Таблица 2

Время в секундах и ускорение вычислений присоединенной матрицы для матрицы плотностью 1% в зависимости от ее размера и количества процессоров

Количество процессоров	2	4	8	16	$a_{2,4}$	$a_{4,8}$	$a_{8,16}$
Размер матрицы							
512x512	3.737	4.572	5.098	5.500	-18.3%	-10.2%	-7.4%
1024x1024	40.014	31.512	27.919	28.478	27.0%	12.8%	-2.4%
2048x2048	470.877	346.985	258.497	264.100	35.8%	34.0%	-2.2%
4096x4096	3855.991	1929.697	1339.389	1241.251	100%	43.9%	7.7%

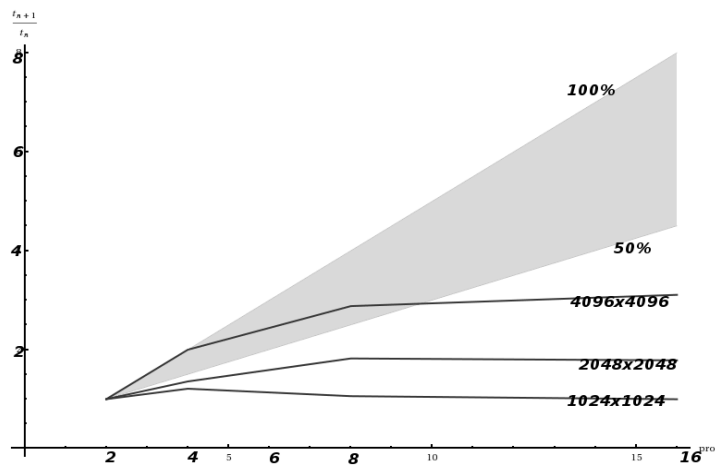


Рис. 2. Ускорение вычислений присоединенной матрицы для матрицы с плотностью 1% в зависимости от количества процессоров *proc* по отношению к 2 процессорам

2. Эксперименты с параллельным умножением файловых матриц

В табл. 3 приведено время (время указано в секундах) вычисления произведения файловых матриц. Элементы матриц числа типа `BigInteger` 10 бит, плотность 100%.

На рис. 3 представлена зависимость ускорения вычислений с ростом количества процессоров по отношению к 2 процессорам для матриц размера 2048x2048 и 4096x4096 соответственно.

Таблица 3

Время вычисления произведения файловых матриц

Количество процессоров	2	4	8	16
Размер				
2048x2048	970.827	475.192	266.895	142.546
4096x4096	13350.297	6286.368	3245.467	2622.430

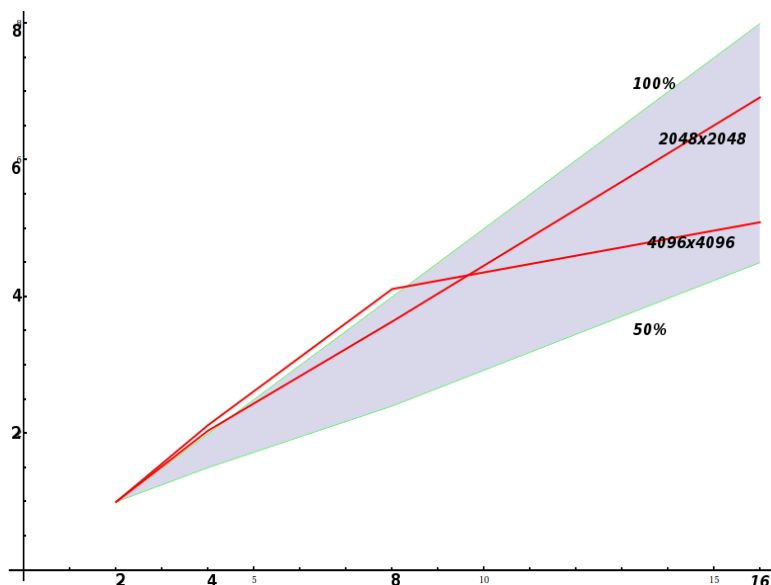


Рис. 3. Ускорение вычислений произведения файловых матриц в зависимости от количества процессоров *proc* по отношению к 2 процессорам

На обоих графиках кривая зависимости ускорения находится между прямыми, показывающими 50% и 100% ускорение, что говорит об эффективном распараллеливании.

Список литературы

- [1] Бетин А.А. Параллельное вычисление присоединенной матрицы. International conference Polynomial Computer Algebra. St.Petersburg, PDMI RAS, 2009, С. 123-128.
- [2] Малашонок Г.И. О вычислении ядра оператора, действующего в модуле. Вестник Тамбовского университета. Сер. Естественные и технические науки. Том 13, вып. 1, 2008. С. 129-131.

А.А. Бетин
e-mail: andrey_betin@mail.ru